2. Analiza linearnih vremenski-invarijantnih (stacionarnih) diskretnih sistema

Reprezentacija linearnog stacionarnog diskretnog sistema u prostoru stanja sastoji se u izražavanju relacije između relevantnih diskretnih signala u formi vektorske diferentne jednačine prvog reda, tzv. jednačine stanja

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$

i algebarske jednačine izlaza

$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

gde je $u(k)$ $m \times 1$ dimenzioni vektor ulaza, $x(k)$ $n \times 1$ dimenzioni vektor stanja, a $y(k)$ $p \times 1$ dimenzioni vektor izlaza, pri čemu su A, B, C, D konstantne matrice odgovarajućih dimenzija.

Analiza ovakvog sistema sastoji se u rešavanju diferentne jednačine stanja na sledeći način:

$$k = 0 \Rightarrow x(1) = Ax(0) + Bu(0)$$

$$k = 1 \Rightarrow x(2) = Ax(1) + Bu(1) = A^2 x(0) + ABu(0) + Bu(1)$$

$$k = 2 \Rightarrow x(3) = Ax(2) + Bu(2) = A^3 x(0) + A^2 Bu(0) + ABu(1) + Bu(0)$$

...

$$k = n \Rightarrow x(n) = A^n x(0) + \sum_{i=0}^{n-1} A^{n-i-1} Bu(i)$$

Zamenom izvedenog izraza za vektor stanja u jednačinu izlaza dobija se

$$y(n) = CA^n x(0) + C\sum_{i=0}^{n-1} A^{n-i-1} Bu(i) + Du(n)$$

Matrica

$$\Phi(n) = A^n \ ; \ n = 0,1,...$$

se naziva fundamentalna matrica ili matrica prelaza sistema i ima sledeče osobine

$$\Phi(k+1) = \Phi(k)\Phi(n)$$

$$\Phi(n) = \Phi^{-1}(-n)$$

Alternativno rešenje može se dobiti u kompleksnom domenu primenom zed transformacije na jednačinu stanja

$$Z\,[x\,(k+1)] = AZ\,[\,x(k)\,] + BZ\,[\,u(k)\,]$$

odnosno

$$zX(z) - zx(0) = AX(z) + BU(z)$$

odakle sledi

$$X(z) = \Phi(z)x(0) + z^{-1}\Phi(z)BU(z); \ \Phi(z) = z(zI - A)^{-1}$$

Primenom inverzne zed transformacije dobija se

$$x(k) = \Phi(k)x(0) + \Phi(k-1) \otimes Bu(k) = \Phi(k)x(0) + \sum_{i=0}^{k-1} \Phi(k-1-i)Bu(i)$$

gde je fundamentalna matrica sistema

$$\Phi(k) = Z^{-1}[\Phi(z)] = Z^{-1}[z(zI - A)^{-1}] = A^k$$

a simbol $\otimes$ označava konvolucionu sumu (diskretnu konvoluciju).Ukoliko je početni referentni trenutak $k=k_0$, a ne k=0 kao u dosadašnjoj analizi , rešenje diferentne jednačine stanja je

$$x(k) = \Phi(k-k_0)x(k_0) + \sum_{i=k_0}^{k-1} \Phi(k-1-i)Bu(i)$$

Gde je fundamentalna matrica sistema

$$\Phi(k, k_0) = \Phi(k-k_0) = A^{k-k_0}$$

a vektor izlaza

$$y(k) = C\Phi(k-k_0)x(k_0) + \sum_{i=k_0}^{k-1} C\Phi(k-1-i)Bu(i)$$

Diskretan niz {x(k)} naziva se trajektorija ili putanja diskretnog sistema u prostoru stanja.

2.1 Veza funkcije prenosa i modela u prostoru stanja

Primenom Z-transformacije na model u prostoru stanja

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k)$$
$$y(k) = Cx(k) + Du(k)$$

dobija se

$$X(z) = \frac{\Phi(z)}{z} BU(z) = (zI - A)^{-1} BU(z)$$

$$Y(z) = C\frac{\Phi(z)}{z} BU(z) + DU(z) = [C(zI - A)^{-1}B + D]U(z) = G(z)U(z)$$

gde je matrica funkcija prenosa sistema (ulazno-izlazna reprezentacija modela sistem)

$$G(z) = C\frac{\Phi(z)}{z}B + D = C(zI - A)^{-1}B + D = C\frac{adj(zI - A)}{\det(zI - A)}B + D$$

a matrica impulsnih odziva

-------- CEO RAD MOŽETE PREUZETI NA SAJTU --------

http://www.maturskiradovi.net/eshop/

POGLEDAJTE VIDEO UPUTSTVO SA TE STRANICE I PORUČITE RAD PUTEM ESHOPA , REGISTRACIJA JE OBAVEZNA.

MOŽETE NAS KONTAKTIRATI NA E-MAIL:
maturskiradovi.net@gmail.com